

NƯỚC NHẢY VÀ CÁC YẾU TỐ ẢNH HƯỞNG ĐẾN ĐẶC TRƯNG HÌNH HỌC CỦA NƯỚC NHẢY TỰ DO TRÊN LÒNG DẪN LẮNG TRỤ

Phạm Hồng Cường

Viện Khoa học thủy lợi Việt Nam

Nguyễn Minh Ngọc

Trường Đại học Kiến trúc Hà Nội

Lê Quang Hưng

Ban quản lý Trung ương các Dự án Thủy lợi

Tóm tắt: Nước nhảy là hiện tượng dòng chảy thay đổi đột ngột từ độ sâu nhỏ hơn độ sâu phân giới sang độ sâu dòng chảy lớn hơn độ sâu phân giới, hiện tượng này được ứng dụng trong nhiều lĩnh vực như tiêu năng sau công trình (đập tràn, cống), tăng cường sự xáo trộn oxy tự nhiên vào nước thải, xáo trộn vật liệu trong xử lý nước... Tuy nhiên, các đặc trưng hình học của nước nhảy trên kênh lắng trụ chịu ảnh hưởng của nhiều yếu tố khác nhau, dẫn đến các đặc trưng này rất khó xác định chính xác bằng lý thuyết mà phải xác định thông qua thực nghiệm.

Trong nghiên cứu này, đã phân tích hiện tượng nước nhảy, các yếu tố tác động và các công thức tính đặc trưng hình học nước nhảy, đặc biệt là thống kê và đề xuất 4 phân loại cơ bản của nước nhảy với mô nhám nhân tạo ở đáy lòng dẫn. Từ đó tổng quát hóa được hiện tượng nước nhảy và các yếu tố ảnh hưởng đến đặc trưng hình học của nước nhảy sau công trình có lòng dẫn lắng trụ với 2 mặt cắt cơ bản là hình chữ nhật và hình thang cân, đáy lòng dẫn có dạng đáy bằng, đáy dốc và đáy có mô nhám nhân tạo.

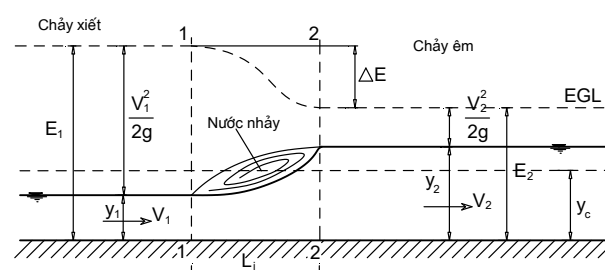
Từ khóa: Nước nhảy, mô nhám, kênh lắng trụ, độ sâu liên hiệp, chiều dài nước nhảy.

1. HIỆN TƯỢNG NƯỚC NHẢY

Khi độ sâu dòng chảy thay đổi nhanh chóng từ mực nước thấp sang mực nước cao, nó sẽ dẫn đến sự thay đổi đột ngột của đường mặt nước. Hiện tượng xảy ra cục bộ tại vị trí thay đổi đường mặt nước gọi là hiện tượng “nước nhảy” [31]

Nghiên cứu hiện tượng nước nhảy cho thấy: Khi dòng chảy từ trạng thái chảy xiết ($y < y_c$) chuyển sang trạng thái chảy êm ($y > y_c$), thì tại vị trí cục bộ của nước nhảy sẽ có một lượng lớn không khí bị cuốn vào khu xoáy nước do sự phá vỡ bề mặt nước, tại đó dòng chảy bị mất liên tục, một phần lớn năng lượng dòng chảy bị tổn thất do chuyển động hỗn loạn đa chiều của phần tử nước trên bề mặt. Các quan sát, khảo sát và

thí nghiệm đã chứng minh sự tồn tại của nước nhảy [1][5][24][31][31].



Hình 1: Quá trình thay đổi trạng thái chảy khi xuất hiện nước nhảy

Khi phân tích hiện tượng nước nhảy, dựa trên định luật bảo toàn về động lượng của dòng chảy, vẽ được các biểu đồ về động lượng và năng lượng đơn vị mặt cắt, từ đó xác định được các giá trị độ sâu trước nước nhảy, sau

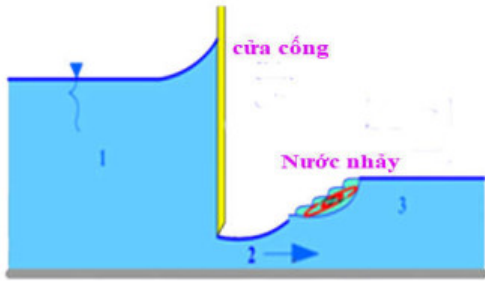
Ngày nhận bài: 11/8/2020

Ngày thông qua phản biện: 16/9/2020

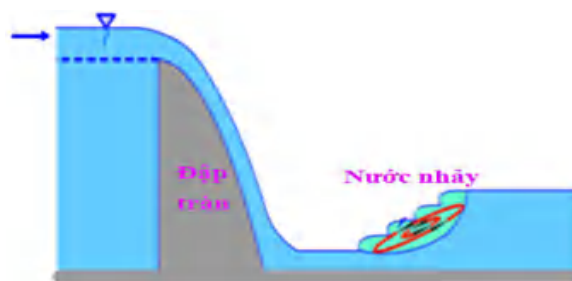
Ngày duyệt đăng: 06/10/2020

nước nhảy (hình 4) và đặc trưng tiêu năng dòng chảy, sự tiêu năng của mỗi loại nước

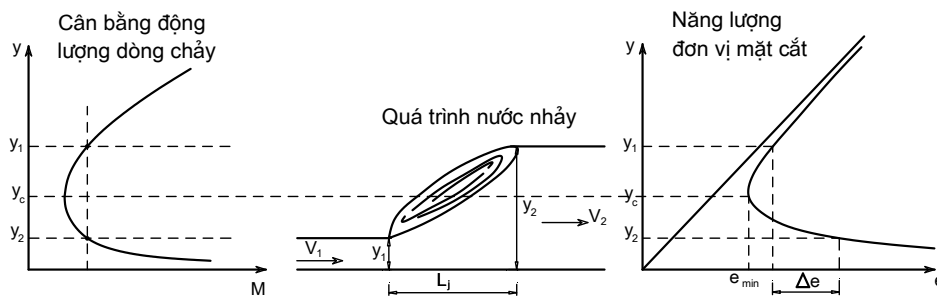
nhảy có giá trị khác nhau (được thể hiện theo từng loại nước nhảy cơ bản tại Bảng 1).



Hình 2: Nước nhảy sau công[31]



Hình 3: Nước nhảy ở chân đập tràn[31]



Hình 4: Mối quan hệ động lượng, năng lượng với quá trình nước nhảy

Bảng 1: Tổng hợp khả năng tiêu hao năng lượng của các loại nước nhảy [31]

TT	Loại nước nhảy	Mức tiêu hao năng lượng (Δe)
1	Nước nhảy sóng	< 5%
2	Nước nhảy yếu	5% ÷ 15 %
3	Nước nhảy dao động	15% ÷ 45%
4	Nước nhảy ổn định	45% ÷ 70%
5	Nước nhảy mạnh	70% ÷ 85%

Chiều dài nước nhảy là khoảng cách từ giá trị độ sâu trước nước nhảy đến độ sâu sau nước nhảy dọc theo chiều lòng dẫn, đây là một thông số quan trọng trong thiết kế công trình tiêu năng, thông thường vị trí bắt đầu hoặc chân nước nhảy có thể xác định được dễ dàng và có sự thống nhất giữa các nghiên cứu, nhưng điểm kết thúc của nước nhảy thì chưa có sự xác định thống nhất cụ thể nào. Các nhà khoa học nghiên cứu về vấn đề này có thể kể đến như Riegel Beebe (1917), Ludin (1927), Woycicki (1931), Knapp (1932), Safranez (1933-39), Aravin (1935), Kinney (1935), Iranchenko, Chertoussou, Page

(1935), Bakhmeteff and Matzke (1936), Douma (1934), Posey (1941), Moore (1943), Wu (1949), và Bradley - Peterka (1955-57)... đã xây dựng và đưa ra rất nhiều công thức tính chiều dài nước nhảy khác nhau, mỗi công thức có đặc thù và ứng dụng riêng.

Dựa trên đặc trưng của nước nhảy, cho thấy chiều dài nước nhảy phụ thuộc vào nhiều yếu tố, như quá trình nước nhảy, hướng chuyển động vận tốc, xoáy cuộn, khí trong xoáy cuộn, ma sát dòng chảy ... nên các công trình tính chiều dài nước nhảy hiện có là các công thức kinh nghiệm.

2. CÁC ĐẶC TRƯNG HÌNH HỌC CƠ BẢN CỦA NƯỚC NHẢY

Xét trên cấu tạo nước nhảy, cho thấy khi phân tích tính toán nước nhảy cần xác định làm rõ 2 yếu tố hình học của nước nhảy như sau:

2.1 Độ sâu liên hiệp của nước nhảy

Đây là độ sâu dòng chảy trước và sau nước nhảy, hai yếu tố này thường được xác định dựa trên phương trình bảo toàn động lượng của

dòng chảy, đã được các nhà khoa học nghiên cứu và xây dựng các công thức tính toán, yếu tố này đã được xác định cơ bản như sau:

+ Đối với kênh mặt cắt chữ nhật, đáy bằng:

Người đầu tiên xây dựng công thức tính độ sâu liên hiệp của nước nhảy là Belanger (1882)[1][5][31][31], xuất phát từ định luật bảo toàn động lượng tìm được quan hệ giải tích cho độ sâu liên hiệp với kênh mặt cắt ngang hình chữ nhật đáy bằng:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8Fr_1^2} - 1 \right) \quad (1)$$

$$Y = 0,5 \left[-1 + \sqrt{1 + 8Fr_1^2 \left[1 + 0,14 \left(1 - e^{-\frac{2,38 d_{50}}{y_c}} \right) \right]} \right] \quad (3)$$

Theo Palermo, M., Pagliara, S. (2017) [21] thì nước nhảy trên kênh dốc có độ nhám:

$$Y = \sqrt{2} \cdot \exp\left(-\frac{d_{50}}{y_c}\right) \cdot \exp\left(-\frac{\tan \alpha}{11,01}\right) \cdot E^{-\frac{0,202}{(\tan \alpha)^{0,644}}} (Fr_1 - 1)^{0,963} + \frac{1}{E} \quad (4)$$

$E = \frac{y_2 - Z_1}{y_2}$, $Y = \frac{y_2}{y_1}$ và góc α là độ dốc đáy kênh dẫn

Với kênh đáy bằng $E = 1$, Z_1 là chênh cao ở chân mặt cắt trước và sau nước nhảy (m); d_{50} : Độ sâu mố nhám tính theo tỷ lệ 50%, y_c : Độ sâu phân giới.

Nghiên cứu của **Mahmoud Ali R. Eltoukhy** (2016) [15] về kênh chữ nhật có độ dốc, tỷ lệ độ sâu liên hiệp được xác định:

$$\frac{y_2}{y_1} = -0,02 \left(Fr_1^2 \sqrt{S} \right)^2 + 0,898 \left(Fr_1^2 \sqrt{S} \right) + 2,03 \quad (5)$$

Với S là độ dốc đáy thuận

+ Đối với kênh mặt cắt ngang hình thang cân, đáy bằng:

Áp dụng định luật cân bằng động lượng cho dòng chảy trước và sau nước nhảy, Sadiq S.M (2012) [28] đã xây dựng phương trình tính độ

Kết hợp công thức giải tích của Belanger và phân tích thực nghiệm, Sarma và Newnham (1975)[31] đã đề xuất công thức như sau:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 10,4Fr_1^2} - 1 \right) \quad (2)$$

+ Đối với kênh chữ nhật có độ dốc và độ nhám lòng dẫn lớn

Theo Pagliara and Palermo (2015)[19] nghiên cứu nước nhảy trên kênh nhám có độ dốc lớn, xác định mối quan hệ giữa độ sâu liên hiệp nước nhảy:

sâu liên hiệp nước nhảy và giải tìm độ sâu liên hiệp của nước nhảy bằng các sơ đồ hoặc bảng biểu. Công thức tổng quát của Sadiq S.M (2012) có dạng như sau:

$$aY^5 + bY^4 + cY^3 + dY^2 + eY + f = 0 \quad (6)$$

Trong đó a, b, c, d, e, f là các thông số phụ thuộc vào Fr_D, y_2, y_1 và hệ số mái dốc m .

Theo phương pháp kinh nghiệm có A.N. Rakhmanov (1930) [2] đề xuất, công thức phụ thuộc vào độ sâu phân giới.

$$y_1 = 1,2 \frac{y_c^2}{y_2} - 0,2y_c \quad (7)$$

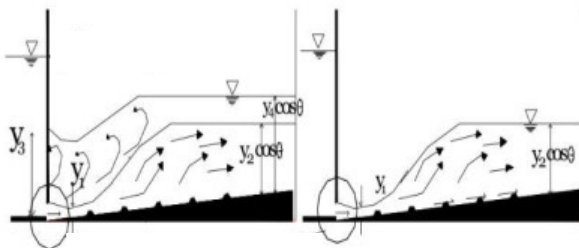
$$y_2 = \frac{1,2y_c^2}{y_1 + 0,2y_c} \quad (8)$$

2.2 Chiều dài nước nhảy

Các công thức tính chiều dài nước nhảy cho các loại kênh lắng trụ luôn được xác định dựa trên

ngiên cứu thực nghiệm, với các yếu tố ảnh hưởng được xét đến như sau:

+ Đối với kênh đáy bằng, chiều dài nước nhảy được xây dựng công thức tính dựa trên độ sâu liên hiệp trước nước nhảy (y_1), độ sâu liên hiệp sau nước nhảy (y_2), chênh lệch độ sâu dòng chảy trước và sau nước nhảy ($y_2 - y_1$), tỷ lệ độ sâu trước và sau nước nhảy và giá trị Froude trước nước nhảy (Fr_1), đối với kênh có mặt cắt ngang hình chữ nhật được thể hiện qua các công thức của Chertousov (1935) [31], Hager (1992) [13], Ludin (1927) [31], Safranez (1933-39) [31], Page (1935) [31], Mahmoud Ali R. Eltoukhy (2016) [15], Posey C. J. và Hsing P.S. (1938) [22], N. Afzal (2002) [18], Bakhmeteff, Matzke (1936) [31], Smetana(1935) [31], Wu (1949) [31], Bambang Sulistiono, Lalu Makrup (2017) [6], đối với kênh mặt cắt ngang hình thang có các công thức của Ohtsu (1976) [26], Woycicki (1931) [31], Silvester (1964) [27], L.V Nghị và N.M Ngọc (2019) [3]...



Hình 5: Nước nhảy trên mô hình có bố trí mố nhám lòng dẫn của R. Riazi, S. Jafari (2014) [25]

② Bố trí mố nhám hình dạng bất kỳ, trải đều trên đáy lòng dẫn, lớp vật liệu lát đáy có độ nhám lớn: Nghiên cứu của Michele Palermo, Stefano Pagliara (2017) [16], Francesco Giuseppe Carollo; Vito Ferro; và Vincenzo Pampalone (2012) [11],

+ Theo Pagliara S., Ilaria Lotti, Michele Palermo (2008) [23] chiều dài nước nhảy:

+ Đối với kênh dốc và độ nhám lớn: Với các phương án bố trí, hình thức mố nhám khác nhau đã ảnh hưởng đến độ dài nước nhảy khác nhau, các công thức trong trường hợp này phụ thuộc rất nhiều vào cách bố trí, cấu tạo mố nhám và đặc trưng đáy lòng dẫn. Hiện nay, tại Viện Khoa học thủy lợi Việt Nam khi thí nghiệm các công trình tiêu năng dòng chảy cũng đã đưa các loại hình mố nhám vào công trình thực tế.

3. ẢNH HƯỞNG CỦA MỐ NHÁM LÒNG DẪN ĐẾN NƯỚC NHẢY

Trong nghiên cứu ảnh hưởng độ nhám lòng dẫn đến chiều dài nước nhảy, các nhà khoa học đã bố trí rất nhiều các phương án cấu trúc độ nhám lòng dẫn của kênh, xét tổng thể cho kênh có mặt cắt ngang lăng với lòng dẫn bố trí mố nhám có thể chia làm 4 loại cơ bản:

① Bố trí mố nhám rời rạc, thành các hàng xen kẽ lẫn nhau, mố nhám cấu trúc dạng tường chắn xen kẽ trên bề mặt đáy dốc ngược như Roozbeh Riazi, Sajad Jafari (2014) [25].



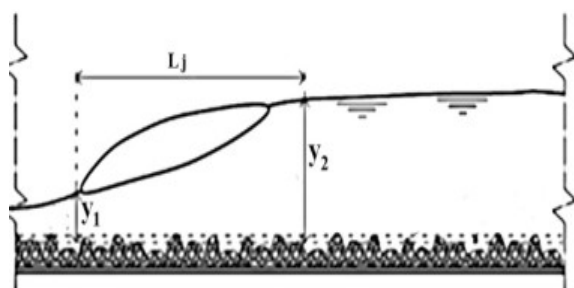
Hình 6: Mô hình mố nhám thí nghiệm của R. Riazi, S. Jafari (2014) [25]

$$\frac{L_j}{y_1} = \frac{-5000}{Fr_1^{0,0086} \cdot e^{(-0,466/\psi_{nu})}} + 5000 \quad (9)$$

với ψ_{nu} : Hệ số thực nghiệm

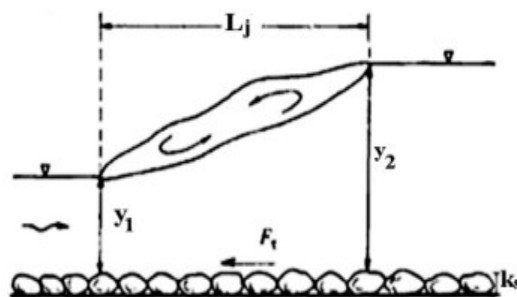
+ Theo Francesco Giuseppe Carollo, Vito Ferro and Vincenzo Pampalone (2007) [11], có chiều dài nước nhảy:

$$\frac{L_j}{y_1} = \left[6,525 \cdot \exp\left(-0,60 \frac{d_s}{y_1}\right) \right] (Fr_1 - 1) \quad (10)$$



Hình 7: Mô hình mô nhám thí nghiệm của Michele Palermo, Stefano Pagliara (2017) [16]

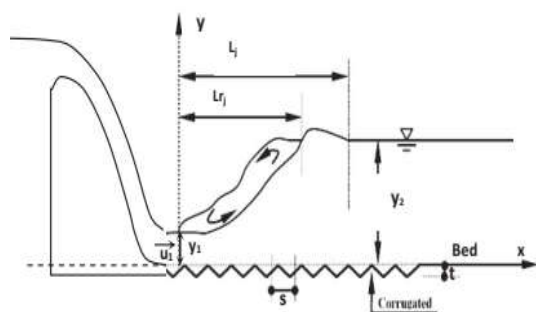
với d_s : Chiều cao mô nhám trung bình đáy lòng dẫn.



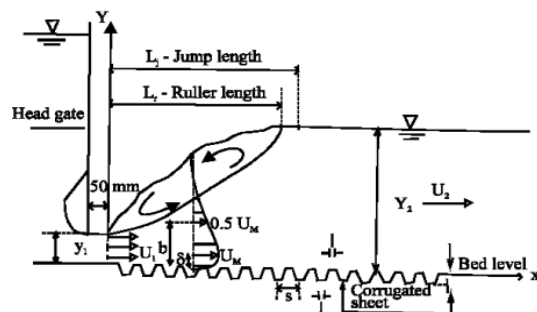
Hình 8: Mô hình mô nhám thí nghiệm của Francesco Giuseppe Carollo (2007) [11]

③ Bố trí nhám kiểu sóng với hình dạng đỉnh sóng khác nhau, mặt đáy công trình bố trí dạng lượn sóng như S. A. Ead, M.ASCE,1 và N. Rajaratnam, F.ASCE (2002) [7]; A. Abbaspour, A. Hosseinzadeh Dalir, D. Farsadizadeh, A.A. Sadraddini (2009) [6]; H. Samadi-Boroujeni, M. Ghazali, B. Gorbani, and R. Fattahi Nafchi

(2014) [14]; sóng kiểu hình thang như Farhad Izadijoo, M.Shafai-Bejestan (2007) [12]; sóng kiểu tam giác như Ibrahim H. Elsebaie1 and Shazy Shabayek (2010)[10], sóng hình chữ nhật D. Velioglu1, N. D. Tokyay (2012) [8], Neluwala, Karunanayake, Sandaruwan và Pathirana (2013) [17]...



Hình 9: Mô hình mô nhám thí nghiệm của H. Samadi-Boroujeni, M. Ghazali, B. Gorbani, and R. Fattahi Nafchi [14]



Hình 10: Mô hình mô nhám thí nghiệm của Farhad Izadijoo, M.Shafai-Bejestan (2007) [12]

Theo D. Velioglu1, N. D. Tokyay (2012) [8] chiều dài nước nhảy xác định theo công thức:

$$\frac{L_j}{y_1} = B_0 (Fr_1 - 1) \quad (11)$$

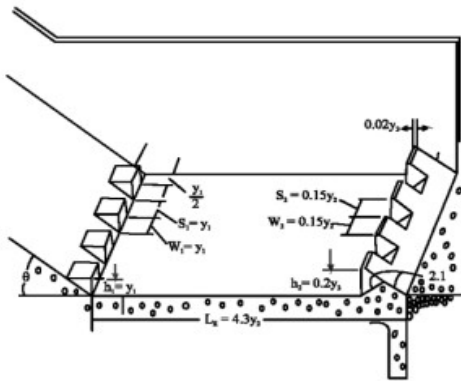
Với B_0 : Hệ số thực nghiệm xác định theo vật liệu làm mô nhám

④ Bố trí bố nhám ở đầu và cuối khu nước nhảy

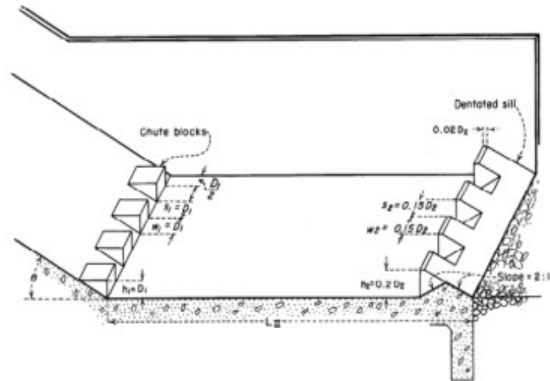
điển hình như Peterka (1984) [19], Izadijoo, F., and Shafai Bejestan, M (2009) [30], hoặc các công trình được thiết kế thí nghiệm tại Phòng thí nghiệm trọng điểm quốc gia về động lực sông biển - Viện Khoa học thủy lợi Việt Nam, như công trình Thủy điện Hồi Xuân - Thanh Hóa của Lê Văn Nghị (2005) [4], công trình tràn xả lũ của hồ chứa nước Chiềng Dong, Sơn La của Đặng Thị Hồng Huệ (2018) [2].

Theo M. Shafai Bejestan và K. Neisi (2009) [30] có công thức tính chiều dài nước nhảy, như sau:

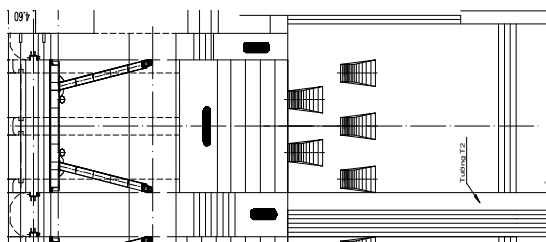
$$\frac{L_j}{y_2} = 6,281 \cdot e^{-0,0753 \cdot Fr_1} \quad (12)$$



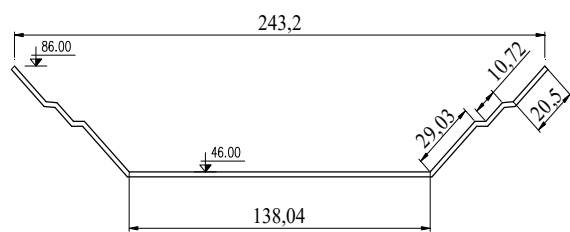
Hình 11: Mô hình mô phỏng thí nghiệm của M. Shafai Bejestan and K. Neisi (2009) [30]



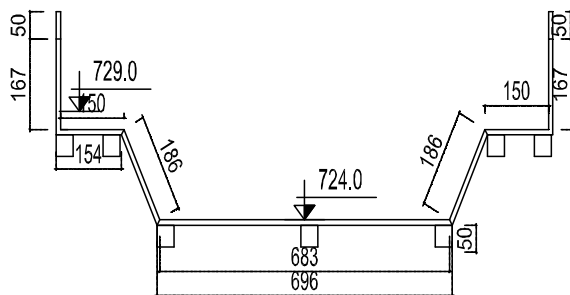
Hình 12: Mô hình mô phỏng thí nghiệm của Peterka (1984) [19]



Hình 13: Mô hình thí nghiệm của Lê Văn Nghị và nkk (2005) cho Thủy điện Hồi Xuân, Thanh Hóa [4]



Hình 14: Mô hình thí nghiệm của Đặng Thị Hồng Huệ (2018) cho Công trình tràn xả lũ hồ chứa nước Chiềng Dong, Sơn La [2]



Với phân loại theo 4 kiểu bố trí cơ bản cho mô phỏng của lòng dẫn xảy ra nước nhảy trên được biến thể các kiểu khác nhau với độ dốc thuận và nghịch, kiểu mô phỏng cũng bố trí theo các dạng hình học khác nhau như tam giác nhọn, hình thang, chữ nhật hoặc mô tròn, mô nhám hình

dạng bất kỳ... Sau khi so sánh đánh giá với dạng đáy trơn đều cho thấy sự thay đổi về các yếu tố hình học của nước nhảy, đặc biệt là chiều dài nước nhảy có sự giảm đi rõ rệt, điều này có lợi cho giảm giá thành cho công trình tiêu năng sau đập tràn.

4. KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

Nghiên cứu nước nhảy ở Việt Nam và thế giới cho thấy sự phong phú, quan tâm của các nhà khoa học đến hiện tượng nước nhảy và ứng dụng của nó, đặc biệt các nghiên cứu về kênh chữ nhật tương đối đầy đủ, công thức đa dạng và có ứng dụng cụ thể trong thực tế. Tuy nhiên đối với nước nhảy trên lòng dẫn hình thang cân hiện tại còn rất ít nghiên cứu, các công thức tính toán khi đánh giá so sánh lẫn nhau vẫn còn nhiều sai số, đặc biệt đưa các công thức lý thuyết áp dụng vào thực tế công trình vẫn chưa được chuẩn hóa và có những hướng dẫn cụ thể. Trong khi đó các công trình tiêu năng khi sử dụng mặt ngang hình thang sẽ làm giảm đi độ sâu liên hiệp, chiều dài nước nhảy, đồng thời mặt cắt ngang hình thang cho công trình lớn và sâu thì ổn định hơn so mặt cắt ngang hình chữ nhật.

Với các công trình nước nhảy mà đáy có mô nhám lớn thì chiều dài nước luôn luôn giảm so với trường hợp đáy nhẵn, không có mô nhám. Hiện tại đã thông kê và phân làm 4 loại mô nhám đáy khác nhau và các đặc trưng ảnh hưởng tới từng loại cũng như các nghiên cứu tiêu biểu về các loại mô nhám này. Đối với

chiều dài nước nhảy trên lòng dẫn có mô nhám nhân tạo hầu như rất khó xác định quy luật thay đổi, với mỗi trường hợp thí nghiệm thì chiều dài nước nhảy có những quy luật khác nhau dựa trên đặc trưng của mô hình thí nghiệm.

Trong một số thiết kế công trình tiêu năng tại Việt Nam, đã dựa trên sự bố trí mô nhám lớn ở đầu công trình để ổn định nước nhảy và cuối công trình để giảm chiều dài nước nhảy, nhưng chưa xác định rõ các quy luật thay đổi chiều dài nước nhảy nhằm phục vụ cho nghiên cứu và tính toán trong các công trình thực tế.

Cần phải có những nghiên cứu đi sâu, phân tích đầy đủ hơn về nước nhảy trên kênh lăng trụ sau công trình (đập tràn và cống), bao gồm phân tích và xác định chính xác hơn công thức tính độ sâu liên hiệp nước nhảy, chiều dài nước nhảy ở khu xoáy, từ đó làm cơ sở tính toán cho các công trình nước nhảy trên lòng dẫn có mặt cắt ngang hình lăng trụ. Đồng thời có các chuyên đề, nghiên cứu về cấu tạo và ảnh hưởng mô nhám đến chiều dài nước nhảy, nhằm đáp ứng các yêu cầu sản xuất trong thực tế về cả lý thuyết lẫn thực nghiệm mô hình./.

Chú giải các thông số

y	Độ sâu dòng chảy (m)	m	Hệ số mái dốc
y_c	Độ sâu phân giới (m)	Fr_1	Số Froude ứng với độ sâu dòng chảy y
y_2	Độ sâu dòng chảy sau nước nhảy (m)	Fr_D	Số Froude ứng với độ sâu thủy lực của dòng chảy
y_1	Độ sâu dòng chảy trước nước nhảy (m)	D	Độ sâu thủy lực (m) $D = A/T$
L_j	Chiều dài nước nhảy (m)	T	Chiều rộng mặt nước (m)
S	Độ dốc đáy kênh	S_c	Độ dốc phân giới của kênh

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Hoàng Tư An (2012). *Thủy lực công trình*, NXB Nông nghiệp, 2012.

- [2] Đặng Thị Hồng Huệ (2018). *Xây dựng và thí nghiệm mô hình thủy lực tràn xả lũ hồ chứa nước Chiềng Dong*. Phòng TNTĐ quốc gia về động lực học sông biển. Hà Nội.
- [3] Lê Văn Nghi, Nguyễn Minh Ngọc (2020). *Nghiên cứu xác định chiều dài nước nhảy trong mô hình kênh dẫn mặt cắt ngang hình thang cân*. Tuyển tập công trình “Hội nghị khoa học Cơ thủy khí” toàn quốc lần thứ 22, NXB Thanh Niên, 2020, Pp 606 – 618.
- [4] Lê Văn Nghi và nkk (2011). *Báo cáo kết quả thí nghiệm mô hình thủy lực - Dự án thủy điện Hồi Xuân, tỉnh Thanh Hóa*. Phòng TNTĐ quốc gia về động lực học sông biển. Hà Nội
- [5] Vũ Văn Tảo, Nguyễn Cảnh Cầm (2006). *Thủy lực – Tập 2*, NXB Nông Nghiệp, 2006.
- [6] Abbaspour, A., Hosseinzadeh Dalir, A., Farsadizadeh, D., and Sadraddini, A.A. (2009). *Effect of sinusoidal corrugated bed on hydraulic jump characteristics*. Journal of Hydro-environment Research, 3(2):pp109–117.
- [7] Bambang Sulistiono, Lalu Makrup (2017). *Study of Hydraulic Jump Length Coefficient with the Leap Generation by Canal Gate Model*. American Journal of Civil Engineering 2017; 5(3): 148-154. ISSN: 2330-8729 (Print).
- [8] D. Velioglu and N. D. Tokyay (2012). *Effects of Bed Roughness on the Characteristics of Hydraulic Jumps*. 10th International Congress on Advances in Civil Engineering, 17-19 October 2012. Middle East Technical University, Turkey.
- [9] Ead, S.A, and Rajaratnam, N. (2002). *Hydraulic jump on corrugated bed*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 128(7): pp656-663.
- [10] Elsebaie I.H, and Shabayek S.H. (2010). *Formation of hydraulic jumps on corrugated beds*. Civil and Environmental Engineering, IJCEE-IJENS, pp40–50.
- [11] Francesco Giuseppe Carollo; Vito Ferro; và Vincenzo Pampalone. *New Expression of the Hydraulic Jump Roller Length*. Journal of Hydraulic Engineering. p995-999.
- [12] Farhad Izadijoo, M.Shafai-Bejestan (2007). *Corrugated bed hydraulic jump stilling basin*. Journal of applied sciences 7 (8): pp1164-1169.
- [13] Hager, W.H., and Wanoschek, R. (1987). *Hydraulic jump in triangular channel*. Journal of Hydraulic Research, 25(5): pp 549–564.
- [14] H. Samadi-Boroujeni, M. Ghazali, B. Gorbani and R. Fattahi Nafchi. (2014). *Effect of triangular corrugated beds on the hydraulic jump characteristics*. Can. J. Civ. Eng. 40: pp841–847.
- [15] Mahmoud Ali R. Eltoukhy (2016). *Hydraulic jump characteristics for different open channel and stilling basin layouts*. International Journal of Civil Engineering and Technology (IJCIET) Volume 7, Issue 2, March-April 2016, pp. pp 290–301
- [16] Michele Palermo, Stefano Pagliara (2017). *A review of hydraulic jump properties on both smooth and rough beds in sloping and adverse channels*. Acta Sci. Pol. Formatio Circumiectus 16 (1) 2017, pp91–105.
- [17] Neluwala, Karunanayake, Sandaruwan and Pathirana (2013), *Characteristics of Hydraulic Jumps over Rough Beds – An Experimental Study*. ENGINEER - Vol. XXXXVI, No. 03, pp. 1-7.
- [18] Noor afzal; A. Bushra (2002). *Structure of the turbulent hydraulic jump in a trapezoidal channel*. Journal of hydraulic research, vol. 40, , no. 2
- [19] Peterka (1984). *Hydraulic Design of Stilling Basins and Energy Dissipators*. A water resources technical publication. Denver, Colorado, US.
- [20] Pagliara, S., Palermo, M. (2015). *Hydraulic jumps on rough and smooth beds: aggregate*

- approach for horizontal and adverse-sloped beds*. J. Hydraul. Res., 53(2), pp243–252
- [21] Palermo, M., Pagliara, S. (2017). *A review of hydraulic jump properties on both smooth and rough beds in sloping and adverse channels*. Acta Sci. Pol., Formatio Circumiectus, 16(1), pp91–105.
- [22] Posey, C. J. and Hsing, P. S (1938). *Hydraulic jump in trapezoidal channel*. Engineering News Record, Vol. 121, Dec. 22nd, , pp. 797-798
- [23] Pagliara S., Lotti I., and Palermo M. (2008). *Hydraulic jump on rough bed of stream rehabilitation structures*. Journal of Hydro-environment Research, 2(1): pp29–38.
- [24] Rajaratnam, N., Subramanya, K. (1968). *Profile of hydraulic jump*. Journal of Hydraulic Division, ASCE 94(HY3), 663- 673
- [25] Roozbeh Riazi1, Sajad Jafari (2014). *The characteristics of submerged hydraulic jump in sloped stilling basins with rough bed*. Bull. Env. Pharmacol. Life Sci., Vol 3 [6] May 2014: pp238-243.
- [26] Ohtsu, I. (1976), *Free hydraulic jump and submerged hydraulic jump in trapezoidal and rectangular channels*, Trans. JSCE, Vol. 8, , pp. 122-125.
- [27] Silvester R.(1964), *Hydraulic jump in all shapes of horizontal channel*. Journal of Hydraulic Division, ASCE 90(HY1), pp23-55.
- [28] Sadiq Salman Muhsun (2012). *Characteristics of the Hydraulic Jump in Trapezoidal Channel Section*. Journal of Environmental Studies [JES] . pp: 53-63
- [29] Samir kateb, Mahmoud Debabeche, Ferhat Riguet (2015). *Hydraulic jump in a sloped trapezoidal channel*. Energy Procedia 74, pp 251 – 257
- [30] Shafai Bejestan, M., and Neisi, K. (2009). *A new roughened bed hydraulic jump stilling basin*. Applied Sciences, 2(5): pp436–445.
- [31] Thandaveswara (2018), *Hydraulics – Online course of Indian Institute of Technology Madras*. Website: www.nptel.ac.in
- [32] Ven Te Chow, *Open Channel hydraulic*, McGraw-Hill, United states, 1959.