

ẢNH HƯỞNG CỦA KÍCH THƯỚC Ô LƯỚI TỚI KẾT QUẢ TÍNH TOÁN THỦY LỰC DÒNG CHẢY LŨ

Lê Thị Thu Hiền, Lê Thanh Hùng

Trường đại học Thủy Lợi

Tóm tắt: Kích thước ô lưới là một trong những yếu tố quan trọng ảnh hưởng tới tính chính xác của kết quả tính thủy lực bằng mô hình toán. Sử dụng phần mềm tính toán thủy lực 2D-FV do các tác giả tự xây dựng dựa trên phương pháp thể tích hữu hạn để giải hệ phương trình nước nông phi tuyến hai chiều (2D-NSWE) trên lưới có cấu trúc. Bài báo phân tích, đánh giá ảnh hưởng của kích thước ô lưới tới kết quả tính toán thủy lực như: độ sâu, lưu lượng của dòng chảy lũ trên địa hình phức tạp.

Từ khóa: Kích thước lưới, mô hình toán, chương trình 2D-FV, đặc trưng thủy lực

Summary: Grid size is one of the most important factors affect to the accuracy of hydraulic results obtained by mathematical models. Using the 2D-FV hydraulic computation software built by the authors based on the finite volume method to solve 2D nonlinear shallow water equations (2D-NSWE) on a structured grid. The paper estimates influencing of grid size on hydraulic results such as water depth, discharge of flood flow on complex terrain.

Keywords: Grid size, numerical model, 2D-FV model, hydraulic character

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Sử dụng mô hình toán mô phỏng các bài toán thủy lực như: sự lan truyền sóng lũ trên địa hình có độ dốc phức tạp; sóng gián đoạn... đã được thực hiện rộng rãi trong thủy lợi. Với những bài toán thủy lực hai chiều hay ba chiều, kích thước ô lưới của miền tính toán luôn là yếu tố có ảnh hưởng lớn tới độ chính xác của kết quả tính bằng mô hình toán. Đặc biệt, trên những địa hình phức tạp, cao độ đáy biến đổi nhiều.

Valiani và nnc (2002) đã dùng hai loại ô lưới thô và mịn chia lưu vực hồ Malpasset (Pháp) để tính quá trình mực nước tại các điểm nghiên cứu, [1]. Wang (2011) chia miền tính toán cũng của hồ này thành lưới vuông với các kích cỡ khác nhau để tính sự lan truyền lũ và kết luận rằng, lưới 40m cho kết quả tốt nhất so

với thực đo chứ không phải lưới có kích thước nhỏ hơn 30m, [2]. Lê Thanh Hùng (2017) lại khảo sát sự ảnh hưởng của 4 loại ô lưới tới kết quả tính sự lan truyền sóng lũ do tình huống vỡ đập Nậm Chiến (Sơn La), [3]. Về lý thuyết, chia lưới có kích thước càng nhỏ thì kết quả càng chính xác, tuy nhiên, khi số ô tính toán càng lớn thì thời gian tính sẽ càng nhiều, thậm chí các máy tính cá nhân thông dụng không xử lý được. Vì vậy, việc đánh giá ảnh hưởng của các kích thước ô lưới tới các dạng kết quả thủy lực như: mực nước, lưu lượng để tìm ra kích thước ô lưới hợp lý là rất cần thiết.

Trong nội dung bài báo này, các tác giả dùng một số ví dụ để đánh giá ảnh hưởng của kích thước ô lưới tới kết quả tính thủy lực như mực nước, lưu lượng dòng chảy lũ bằng chương trình tính toán 2D-FV do chính các tác giả xây dựng bằng ngôn ngữ lập trình Fortran.

2. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

Sử dụng chương trình tính 2D-FV dựa trên

Ngày nhận bài: 26/7/2017

Ngày thông qua phản biện: 06/9/2017

Ngày duyệt đăng: 26/9/2017

phương pháp thể tích hữu hạn (FVM) loại Godunov giải hệ phương trình nước nông phi tuyến (NSWE) trên lưới Catersian đã được giới thiệu trong [3], [4], [5]. Điều kiện ổn định của phương pháp số được lấy theo Courant-Fredrichs-Lewy (CFL). Với lưới Cartesian, bước thời gian Δt bị ràng buộc bởi phương trình (1):

$$\Delta t = Cr \left[\max \left(\frac{|\tilde{u}| + \sqrt{g\tilde{h}}}{\Delta x} + \frac{|\tilde{v}| + \sqrt{g\tilde{h}}}{\Delta y} \right) \right]^{-1}, \quad (1)$$

trong đó:

Cr là số Courant có giá trị trong khoảng $0 < Cr \leq 1$, các kết quả tính toán trình bày ở mục 3, hệ số Cr được lấy bằng 0,9.

$\tilde{u}$, $\tilde{v}$, $\tilde{h}$ là các giá trị lưu tốc và độ sâu trung bình tính theo Roe, (1981), [6].

Công thức (1) chỉ ra rằng khi Δx và Δy càng nhỏ thì bước thời gian tính Δt sẽ càng nhỏ, nên thời gian chạy máy tính sẽ càng lâu.

3. KẾT QUẢ TÍNH TOÁN

3.1. Sóng dao động trong chảo parabol có ma sát

Với miền tính toán có kích thước $10000\text{m} \times 10000\text{m}$, địa hình đáy mô tả bằng phương trình (2) được chia làm 4 loại ô lưới có kích thước lần lượt 25m; 50m; 100m và 200m. Kết quả của phương pháp số được đưa ra là mực nước tại các thời điểm $t = 1000\text{s}$ và $t = 6000\text{s}$ được so sánh với kết quả chính xác của nghiệm giải tích.

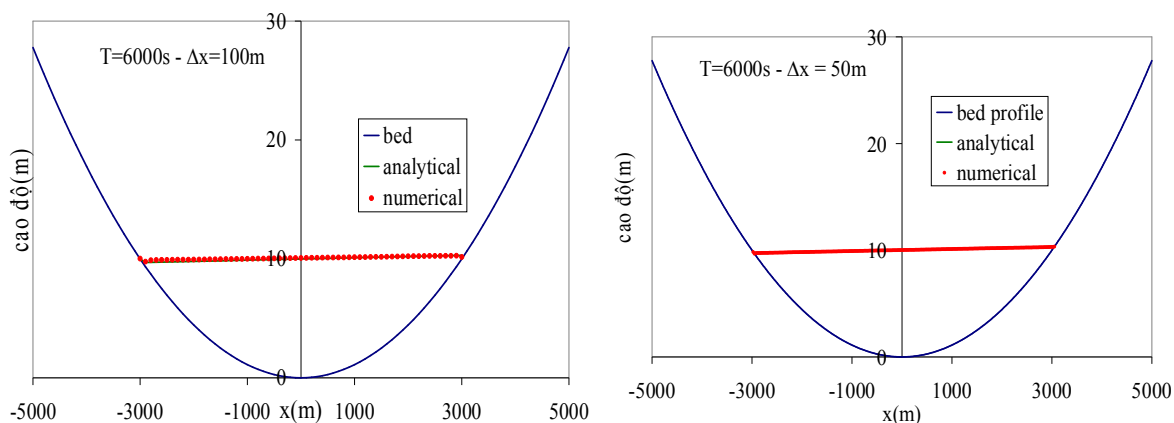
$$z_b(x) = h_0(x/a)^2, \quad (2)$$

trong đó các thông số h_0 và a là các hằng số. Nghiệm giải tích được đưa ra lần đầu bởi Sampson và nnc [7] phụ thuộc vào hệ số ma sát đáy τ , trong trường hợp này số hạng ma sát $S_f = -\tau \cdot h \cdot u$.

Nghiệm giải tích về mực nước dao động của bài toán này tuân theo biểu thức (3):

$$\eta(x, t) = h_0 + A(-\tau \sin 2st + (\tau^2/4 - s^2)\cos 2st) - \frac{B^2 e^{-\tau t}}{4g} - \frac{e^{-\tau t/2}}{g} \left(Bs \cos st + \frac{\tau B}{2} \sin st \right) x, \quad (3)$$

trong đó thông số B là hằng số và $s = \sqrt{p^2 - \tau^2/2}$; $p = \sqrt{8gh_0/a^2}$, $A = \frac{a^2 B^2 e^{-\tau t}}{8g^2 h_0}$



Hình 1: Sự dao động mực nước trong chảo parabol tính với hai loại lưới 100m và 50m

Chỉ số Nash-Sutcliffe (E) được sử dụng để đánh giá độ chính xác của kết quả tính mực nước theo chương trình 2D-FV so với kết

quả chính xác tương ứng với các kích thước lưới khác nhau:

$$E = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (X_{analytical,i} - X_{model,i})^2}{\sum_{i=1}^n (X_{analytical,i} - \overline{X_{analytical}})^2}, \quad (4)$$

trong đó $X_{analytical,i}$ là giá trị chính xác tính theo (3), còn $X_{model,i}$ là nghiệm tính theo phương pháp số ở các vị trí khác nhau i .

Từ kết quả ở bảng 1 cho thấy: Với 4 kích thước lưới từ mịn đến thô: 25m; 50m; 100m và 200m chỉ số Nash tại thời điểm $t = 1000s$ và $t = 6000s$ không có sự khác biệt lớn. Nghĩa là lưới thô vẫn có thể cho kết quả mô phỏng mực nước tương đối tốt. Vì vậy, trong những bài toán có địa hình phức tạp, nếu chỉ cần kết quả liên quan đến mực nước có thể dùng lưới thô để tính.

Bảng 1: Chỉ số Nash tương ứng với các kích thước lưới khác nhau

Δx	Số ô lưới	E (%) (t=1000s)	E (%) (t=6000s)
25	400×400	99,47	98,65
50	200×200	99,43	98,29
100	100×100	98,64	98,04
200	50×50	98,12	97,79

3.2. Sóng gián đoạn trên bề mặt có mồm núi

Để đánh giá ảnh hưởng của kích cỡ lưới tính toán tới hai loại kết quả là mực nước, lưu lượng, ví dụ dưới đây do Castro và nnc (2009) giới thiệu được sử dụng, [8]. Trong miền tính toán hình chữ nhật có kích cỡ $[0; 2]m \times [0; 2]m$, cao độ đáy được cho bởi phương trình (5):

$$z_b = \begin{cases} \frac{1}{8} [\cos(2\pi(x-0,5)+1) \cdot (\cos(2\pi y)+1)] & \text{nếu } (x-1,5)^2 + (y-1)^2 \leq (0,5m)^2 \\ 0 & \text{nếu } (x-1,5)^2 + (y-1)^2 > (0,5m)^2 \end{cases} \quad (5)$$

Vận tốc ban đầu bằng 0, biên đóng tại vị trí $x = 0m$ và $x = 2,0m$; hai biên còn lại là biên mở. Mực nước ban đầu được cho bởi biểu thức (6).

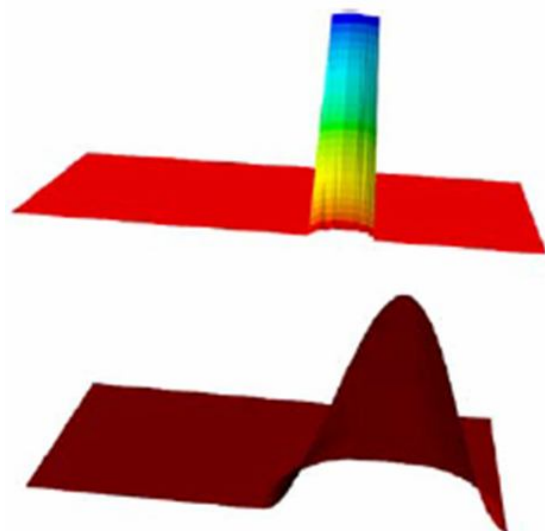
$$\eta(x,y) = \begin{cases} 1,1 & \text{nếu } (x-1,25)^2 + (y-1)^2 \leq (0,1)^2 \\ 0,6 & \text{nếu } (x-1,25)^2 + (y-1)^2 > (0,1)^2 \end{cases} \quad (6)$$

Cắt dọc hình dạng cột nước ban đầu và địa hình đáy hình đáy được thể hiện trên hình 2.

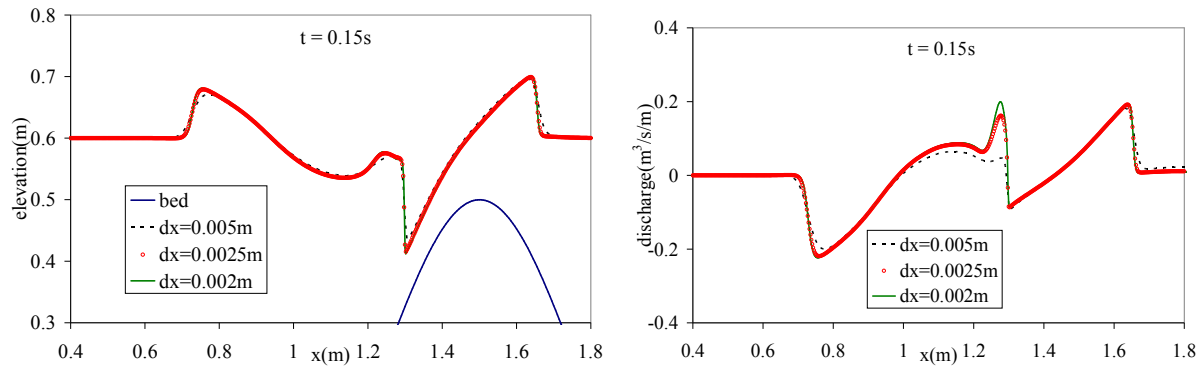
Trên hình 3 cho thấy: Kết quả tính bằng phương pháp số theo chương trình 2D-FV do các tác giả xây dựng trùng khớp với kết quả của Castro và nnc (2009), [8]. Mặt khác, trong kết quả tính toán quá trình mực nước với 3 kích thước lưới: 0,0050m; 0,0025m; 0,0020m cho thấy không có sự sai khác nhiều tại vị trí đáy có vật cản.

Tuy nhiên, kết quả tính lưu lượng đơn vị lại có sự khác biệt rõ rệt tại vị trí này. Tại $x = 1,35m$, chênh lệch kết quả tính lưu lượng đơn vị của lưới thô nhất và mịn nhất lên tới -

0,2m³/s.m trong khi ảnh hưởng của hai kích thước lưới này tới mực nước tại cùng vị trí này không đáng kể.



Hình 2: Mực nước ban đầu và địa hình đáy



Hình 3: Quá trình mực nước và lưu lượng ứng với $\Delta x = 0,005m$; $0,0025m$ và $0,002m$

3.3. Sóng vỡ đập trên địa hình phức tạp

Ví dụ này dùng để kiểm tra khả năng của mô hình trong việc xử lý các vấn đề khô úớt do địa hình biến đổi phức tạp. Địa hình được định nghĩa bằng hệ các phương trình sau để chia miền tính toán thành 3 lòng hồ.

$$z_b(x, y) = \min[z_{b1}(x, y), z_{b2}(x, y), z_{b3}(x, y)], \quad (7)$$

trong đó:

$$z_{b1}(x, y) = \frac{(x+250)^2}{1600} + \frac{y^2}{400};$$

$$z_{b2}(x, y) = \frac{x^2}{225} + \frac{(y-50)^2}{225};$$

$$z_{b3}(x, y) = \frac{(x-250)^2}{1225} + \frac{y^2}{225} - 10$$

Hai vật cản được mô phỏng bằng biểu thức:

$$\begin{cases} z_{bb1}(x, y) = \max\left[z_b(x, y), 80 - \frac{(x+250)^2}{50} - \frac{y^2}{50}\right] \\ z_{bb2}(x, y) = 10 \text{ nếu } [(x-200)^2 + (y+10)^2] \leq 10^3 \end{cases} \quad (8)$$

Với điều kiện ban đầu, mực nước trong hồ là 35m ở vị trí $x \leq -100m$, phần còn lại đáy khô (hình 4). Tất cả các biên là biên đóng với hệ số nhám Manning bằng 0,033. Thời gian tính toán là 500s. Kết quả tính sự lan truyền sóng vỡ đập trên miền tính toán có kích thước $1000m \times 400m$ được tính với 3 kích thước lưới khác nhau 2,5m; 5m và 10m. Hình 4 chỉ ra sự lan truyền sóng vỡ đập tại các thời điểm khác

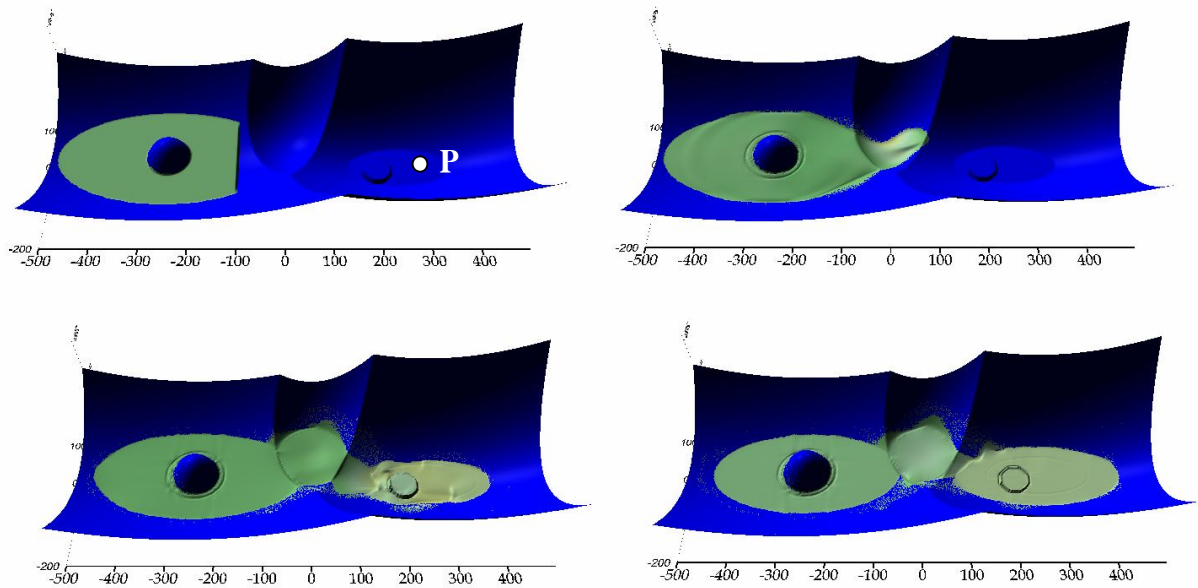
nhau. Sau 10s dòng chảy do vỡ đập lan truyền tới hồ chứa 2 và sau 40s dòng nước đã xuống hồ 3 và đến 500s, mực nước trong 3 hồ đạt vị trí ổn định. Kết quả này chỉ ra rằng trong điều kiện địa hình rất phức tạp, mô hình toán vẫn có khả năng cho kết quả hợp lý khi không sinh ra nhiễu động. Bảng 2 lại chỉ ra các kết quả tính tương ứng với 3 kích thước lưới này, bao gồm: thời gian chạy máy tính; lưu lượng lớn nhất và mực nước lớn nhất tại đập; thời gian lan truyền sóng lũ tới điểm nghiên cứu $P(x = 250m; y = 0m)$ (hình 4). Với kích thước lưới 2,5m, thời gian chạy máy lên tới 40 phút so với 12 phút của lưới lớn gấp đôi 5,0m. Lưới 8m và 10m thời gian này chỉ là 3 phút và 2 phút. Bên cạnh đó, so sánh các kết quả thủy lực với kích thước nhỏ nhất $\Delta x = 2,5m$, phần trăm sai số được xác định theo biểu thức (9):

$$\%_{err} = \frac{X_{\Delta x i} - X_{\Delta x \min}}{X_{\Delta x \min}} \times 100\%, \quad (9)$$

trong đó:

X là đặc trưng thủy lực; $X_{\Delta x \min}$ là đặc trưng thủy lực tính với kích thước lưới nhỏ nhất.

Bảng 2 cho thấy, sai số của lưu lượng lớn nhất tại đập ứng với các kích thước lưới 5,0m so với lưới mịn nhất 2,5m nhỏ hơn nhiều (-2,33%) so với lưới 8,0m và 10,0m (-6,92% và +11,07%). Vì vậy, trong trường hợp này lưới 5,0m có thể được dùng để tính lan truyền sóng lũ.



Hình 4: Sự lan truyền sóng gián đoạn trên kênh có địa hình phức tạp tại $t = 0s; 10s; 100s$ và $500s$ ứng với kích thước lưới $\Delta x = \Delta y = 2,5m$

Bảng 2: Các đặc trưng thủy lực ứng với các kích thước lưới khác nhau

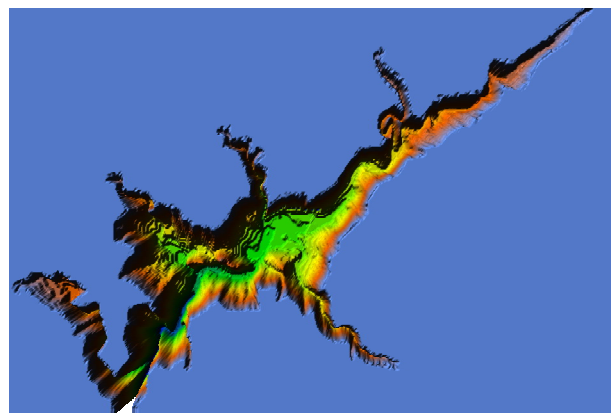
Δx (m)	Thời gian chạy máy (phút)	$Q_{\max}$ (m^3/s)	Sai số (%)	$H_{\max}$ (m)	Sai số (%)	Thời gian lũ đến (s)	Sai số (%)
(400×160)	40	9799,29		20,33		18,82	
(200×80)	12	9570,68	-2,33	20,05	-1,38	20,34	+8,08
(125×50)	3	9121,20	-6,92	19,79	-2,65	19,95	+6,00
(100×40)	2	10883,96	+11,07	18,09	-11,02	12,82	-31,88

3.4. Kịch bản vỡ đập vòm Nậm Chiến

Đập vòm Nậm Chiến trên suối Chiến, huyện Mường La, Sơn La là đập vòm duy nhất ở Việt Nam tính đến nay. Lê Thanh Hùng (2017) đã dùng phương pháp số tính sự lan truyền sóng lũ theo kịch bản vỡ đập hoàn toàn trên miền tính toán có kích thước lên đến $14000m \times 12000m$, [3]. Vì vậy, việc tìm ra một kích thước lưới phù hợp không tốn nhiều thời gian chạy máy tính mà vẫn cho được kết quả hợp lý là cần thiết.

Với bản đồ DEM $90m \times 90m$ khu vực lòng hồ Nậm Chiến như hình 5. Nội suy chia miền tính toán này ra làm 7 kích thước lưới khác nhau: $\Delta x = 10m; 20m; 25m; 30m; 40m; 50m$ và $90m$. Mức nước ban đầu trong hồ ở cao trình

945m, hạ lưu khô và coi đập vòm vỡ tức thời, hoàn toàn. Kết quả tính lưu lượng đỉnh lũ lớn nhất tại đập được thể hiện trên bảng 3.



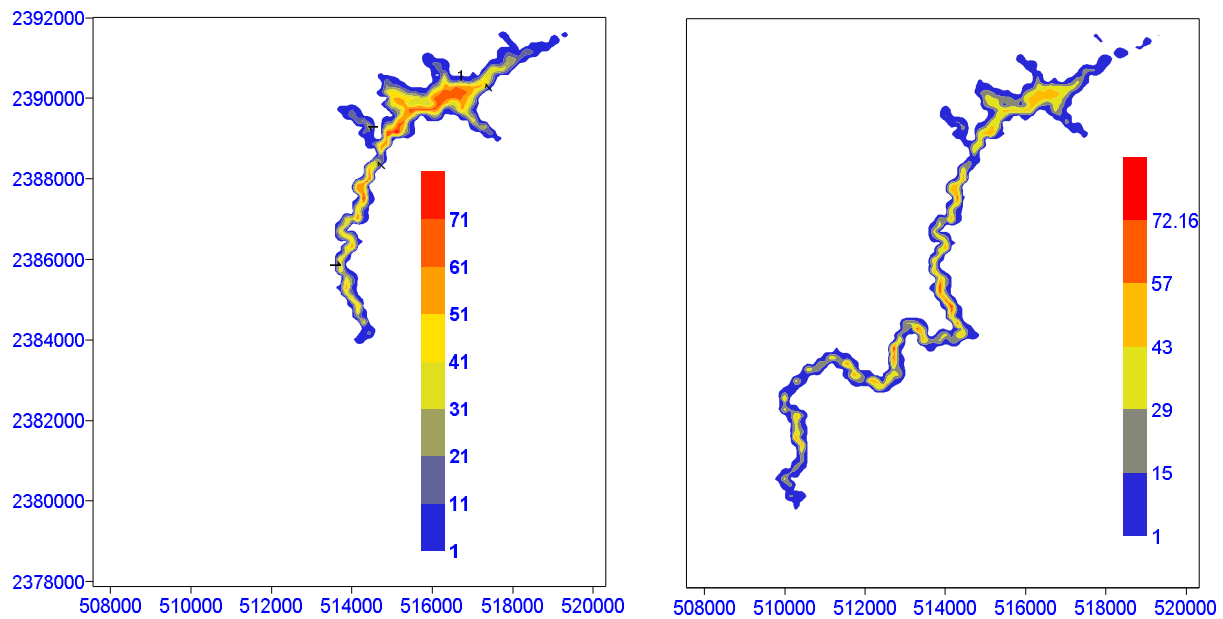
Hình 5: Bản đồ DEM lòng hồ Nậm Chiến

Bảng 3: Lưu lượng đỉnh lũ lớn nhất tại đập với các kích thước lưới khác nhau

Δx	$Q_{\max} \cdot 10^3 \text{ (m}^3/\text{s) (n=0,06)}$	% sai số	$Q_{\max} \cdot 10^3 \text{ (m}^3/\text{s) (n=0,04)}$	% sai số
10	114,41		115,55	
20	123,11	+7,6	124,58	+7,8
25	121,78	+6,4	123,23	+6,6
30	128,65	+12,4	128,73	+11,4
40	119,60	+4,5	120,00	+3,8
50	132,26	+15,6	133,83	+15,8
90	106,52	-6,9	122,83	+6,3

Rõ ràng, lưới càng thô, số ô tính toán càng ít thì thời gian tính toán sẽ càng giảm. Tuy nhiên, từ những kết quả trên cho thấy, không phải lưới có kích thước càng nhỏ sẽ cho kết quả càng chính xác. Lưới 20m và 30m cho sai số là +7,6% và +12,4% tương ứng với độ nhám $n = 0,06$ và kết quả này là +7,8% và +11,44% khi $n = 0,04$. Tuy nhiên, khi $\Delta x = 40\text{m}$, giá trị sai số này chỉ là +4,5% và +3,8% tương ứng với 2 độ nhám trên. Lưới 50m cho

kết quả khác biệt nhất so với lưới 10m (hơn 15% ứng với cả hai độ nhám), trong khi lưới thô nhất 90m lại cho kết quả thiên nhỏ. Vì vậy, ta có thể tính toán sự lan truyền sóng lũ cho cả miền tính toán lớn bao gồm cả hạ lưu hồ Nậm Chiến khi $\Delta x = 40\text{m}$. Hình 6 là kết quả tính sự lan truyền sóng lũ do vỡ đập vòm Nậm Chiến, tính với độ nhám $n = 0,06$ tại hai thời điểm $t = 500\text{s}$ và $t = 1500\text{s}$ tương ứng với kích thước lưới $\Delta x = \Delta y = 40\text{m}$.

**Hình 6: Bản đồ ngập lụt theo tình huống vỡ đập Nậm Chiến lúc $t = 500\text{s}$ và 1500s**

4. KẾT LUẬN

Độ chính xác của kết quả tính theo phương pháp số luôn là mục tiêu hàng đầu khi mô phỏng các hiện tượng thủy lực theo phương pháp này. Ảnh hưởng của kích thước ô lưới tới

kết quả tính mực nước chỉ ra rằng có sự khác biệt không nhiều giữa kích thước lưới mịn và lưới thô (mục 3.1, 3.2). Tuy nhiên, khi xét ảnh hưởng này tới lưu lượng thì có sự khác biệt đáng kể, đặc biệt khi địa hình thay đổi phức

tạp như ví dụ trong mục 3.2 và 3.3. Áp dụng chương trình tính 2D-FV cho một trường hợp thực tế là vỡ đập hồ Nậm Chiến, Sơn La tương ứng với 7 kích thước lưới khác nhau chỉ ra rằng: Sự ảnh hưởng của kích thước lưới tới lưu lượng lớn nhất tại đập là rất rõ ràng. Lưới 40m

cho kết quả tốt hơn cả lưới nhỏ hơn là 30m và 20m và cả lưới lớn hơn 50m, 90m khi so sánh với kết quả tính theo kích thước lưới mịn nhất 10m. Việc tìm ra kích thước lưới hợp lý sẽ đưa ra được kết quả có độ sai số cho phép, đồng thời tiết kiệm thời gian chạy máy tính.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] A. Valiani, V. Caleffi and A. Zanni (2002). Case study: “Malpasset Dam-break Simulation using a two dimensional finite volume method”. *J. Hydraulic Engineering*. (5) 128, 460- 472.
- [2] Wang. Y (2011). “Numerical Improvements for Large-Scale Flood Simulation”. *Thesis of Doctor Philosophy of Newcastle University*.
- [3] Lê Thanh Hùng (2017). “Nghiên cứu sự lan truyền sóng lũ tới hạ lưu công trình trong tình huống vỡ đập vòm Nậm Chiến bằng mô hình toán”. *Tạp chí Khoa học và Công nghệ Thủy lợi*, 38, 87-94.
- [4] Le T.T.H (2014). “2D Numerical modeling of dam break flows with application to case studies in Vietnam”, *Ph.D thesis, University of Brescia, Italia*.
- [5] Lê Thị Thu Hiền (2015). “Ứng dụng phương pháp số giải bài toán sóng gián đoạn trong tính toán thủy lực khi đập bê tông vỡ”. *Tạp chí khoa học kỹ thuật thủy lợi và môi trường*, 50, 88-94.
- [6] P.L. Roe. (1981). “Approximate Riemann Solvers, parameter vectors and difference schemes”. *Journal of Computational Physics*, 43, 357-372.
- [7] J. Sampson; A. Easton; M. Singh (2006). “Moving boundary shallow water flow above bottom topography”. *ANZIAM (EMAC2005)*, 47, C373-C387.
- [8] M.J. Castro, E.D. Fernandez Nieto, A.M. Ferreiro, J.A. Garcia Rodriguez, C. Pares (2009). “High order Extensions of Roe schemes for two dimensional Non Conservative Hyperbolic Systems”. *J. Sci. Comput*, 39, 67 – 114.
- [9] Lê Thị Thu Hiền, Lê Thanh Hùng (2017). “Dự báo quá trình lưu lượng do vỡ đập bằng mô hình toán nước nông hai chiều: Áp dụng cho hồ A Vương – Quảng Nam”. *Tạp chí nông nghiệp và Phát triển nông thôn*, 7, 71-76.